

НАУЧНЫЙ ПОИСК И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

SCIENTIFIC SEARCH AND SUGGESTIONS

Развитие территорий. 2022. № 1. С. 78—82.
Territory Development. 2022;(1):78—82.

Научный поиск и предложения

Научная статья

УДК 331

DOI: 10.32324/2412-8945-2022-1-78-82

О ПРИМЕНЕНИИ ИНДЕКСНОГО ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА В МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ МОДЕЛЯХ ОБОБЩАЮЩИХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Андрей Петрович Авров

Казахский экономический университет им. Т. Рыскулова, Алматы, Казахстан, andreyavrov@mail.ru

Аннотация. В статье предлагается, апробируется и обсуждается вариант расчета индексов, характеризующих динамику трендовых (выровненных) показателей, представляющих собой произведение других величин (факторов). Схема расчета позволяет детализировать аддитивные и мультипликативные эффекты влияния различных факторов, формирующих тренды обобщающих статистических показателей, разложить последние на отдельные компоненты (субиндексы). Разработанные технологии были апробированы на данных по посевным площадям, урожайности и валовом сборе зерновых культур ряда регионов Республики Казахстан. В качестве информационной базы использованы данные государственной статистики.

Ключевые слова: индексы, влияние факторов, валовой сбор, тренд, разложение индексов, субиндексы

Для цитирования: Авров А. П. О применении индексного факторного анализа в мультипликативных моделях обобщающих статистических показателей // Развитие территорий. 2022. № 1. С. 78—82. DOI: 10.32324/2412-8945-2022-1-78-82.

Scientific search and suggestions

Original article

ABOUT THE APPLICATION OF INDEX FACTOR ANALYSIS IN MULTIPLICATIVE MODELS OF GENERALIZING STATISTICAL INDICATORS

Andrey P. Avrov

Kazakh Economic University named after T. Ryskulov, Almaty, Kazakhstan, andreyavrov@mail.ru

Abstract. The article proposes, tests and discusses a variant of calculating indices that characterize the dynamics of trend (leveled) indicators, which are the product of other quantities (factors). The calculation scheme makes it possible to detail the additive and multiplicative effects of the influence of various factors that form trends in generalizing statistical indicators, and to decompose the latter into separate components (sub-indices). The developed technologies were tested on data on sown areas, productivity and gross harvest of grain crops in a number of regions of the Republic of Kazakhstan. State statistics data were used as an information base.

Key words: indices, influence of factors, gross output, trend, decomposition of indices, sub-indices

For citation: Avrov A. P. About the application of index factor analysis in multiplicative models of generalizing statistical indicators. *Territory Development*. 2022;(1):78—82. (In Russ.). DOI: 10.32324/2412-8945-2022-1-78-82.

Постановка проблемы

Индексы, содержательно представляющие сравнение статистических показателей во времени (динамические), в пространстве (территориальные), с планом (индексы планового задания) в форме отношений или разностей, используются в экономических исследованиях достаточно давно

и со временем не теряют своей популярности. Причины широкой применимости индексного анализа можно объяснить несколькими моментами, в частности доступностью информационного обеспечения, простотой расчетов, интерпретируемостью получаемых результатов, достаточно широким спектром решаемых задач. Можно сказать, что индексы в некотором смысле являются проводниками статистических технологий

в смежные области научных и прикладных работ (бухгалтерский учет, экономический анализ, аудит, финансы, биржевая деятельность, построение рейтингов и пр.). Одной из самых обсуждаемых проблем индексного факторного метода является задача разложения прироста итогового показателя на аддитивные и мультипликативные эффекты частных компонент (факторов), формирующих этот показатель. Существенными компонентами методологии индексного факторного метода также являются измерение структурных факторов, представление индексов в качестве мер связи, интеграция индексов и многофакторных регрессий. В российской статистике в качестве исторических примеров можно отметить несколько фундаментальных работ, в которых были рассмотрены и теоретически обоснованы перечисленные выше технологии и инструменты [1—11]. Отметим также авторов, внесших наибольший вклад в разработку данного направления обработки данных, — это В. Е. Адамов [1], И. И. Елисеева [7; 9], П. М. Рабинович [8], Л. С. Казинец [4; 5], А. Д. Шеремет [2], В. Г. Ионин [10; 11]. Ранее нами обсуждался ряд проблемных вопросов решения задачи факторного индексного анализа [12; 14], представленный текст в некотором смысле продолжает и, надеемся, развивает методологические и прикладные аспекты рассматриваемой методологии обработки экономической информации.

Инструментарий

В прикладных исследованиях индексы, отражающие изменение суммарных показателей за рассматриваемые периоды, полученных на основе регрессионных уравнений [см. 12; 13], подсчитываются по формуле

$$I = \frac{\sum (a_{01} + a_{11}t^1 \dots a_{n1}t^n)}{\sum (a_{00} + a_{10}t^1 \dots a_{n0}t^n)}. \quad (1)$$

Итоговая оценка индекса представляет собой соотношение фактических суммарных значений выбранного для анализа показателя за сравниваемые периоды (например, базисный и отчетный), детализация позволяет выявить влияние изменений отдельных параметров уравнений на итоговый результат.

Предлагается следующий порядок расчета (в качестве примера возьмем показатель валового сбора зерновых для территории):

— на основе трендовых регрессионных моделей получим расчетные значения урожайности и площадей;

— перемножая эти расчетные значения, приходим к расчетным значениям валового сбора;

— далее находим разницы между фактическими и расчетными значениями валового сбора, затем на их основе определяем тренд, характеризующий влияние прочих факторов;

— суммарные расчетные значения валового сбора и разниц (сумма трендов) будут равны фактическим суммам валового сбора.

Индексы динамики¹ в случае, когда тренды, отражающие динамику урожайности, посевов и разницы, рассчитываются по прямой $y_t = a_0 + a_1t$, имеют следующий вид²:

$$I = \frac{\sum (a_{01}^{yn} + a_{11}^{yn}t + a_{21}^{yn}t^2) + \sum (a_{01}^p + a_{11}^pt)}{\sum (a_{00}^{yn} + a_{10}^{yn}t + a_{20}^{yn}t^2) + \sum (a_{00}^p + a_{10}^pt)}, \quad (2)$$

где a_0^{yn} — произведение параметров a_0 в уравнениях тренда для урожайности и для посевов;

a_1^{yn} — произведение параметров a_0 в уравнении тренда для урожайности и a_1 в уравнении тренда для посевной площади;

a_2^{yn} — произведение параметров a_1 в уравнениях тренда урожайности и уравнениях тренда посевных площадей.

Значение индекса можно получить путем сравнения суммарных значений валовых сборов за рассматриваемые периоды, различия связаны с возможностями детализации:

1. Изменение фактического валового сбора в связи с изменениями расчетного валового сбора. Числитель такой же, как и в формуле (2), в знаменателе расчетный валовой сбор берется за базисный период, а расчетные трендовые значения разниц за отчетный.

$$I = \frac{\sum (a_{01}^{yn} + a_{11}^{yn}t + a_{21}^{yn}t^2) + \sum (a_{01}^p + a_{11}^pt)}{\sum (a_{00}^{yn} + a_{10}^{yn}t + a_{20}^{yn}t^2) + \sum (a_{01}^p + a_{11}^pt)} \quad (3)$$

2. Изменение сбора за счет изменений трендовых значений расчетных разниц, в числителе берется значение знаменателя в формуле (3); знаменатель такой же, как и в формуле (2).

$$I = \frac{\sum (a_{00}^{yn} + a_{10}^{yn}t + a_{20}^{yn}t^2) + \sum (a_{01}^p + a_{11}^pt)}{\sum (a_{00}^{yn} + a_{10}^{yn}t + a_{20}^{yn}t^2) + \sum (a_{00}^p + a_{10}^pt)} \quad (4)$$

Возможна дальнейшая детализация и индекса влияния изменения расчетного вала (формула (2)).

3. Следующий шаг — расчет изменения валового сбора за счет изменения урожайности. Числитель берется таким же, как и в формуле (2), а в знаменателе расчетное значение валового сбора рассчитывается путем перемножения урожайности базисного периода на уборочную площадь отчетного периода, плюс расчетные трендовые разницы за отчетный период.

¹ В индексах динамики (формулы (1—4)) вторая цифра в нижнем индексе параметра a ($a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{11}, a_{20}, a_{21}$) означает период (0 — базисный, 1 — отчетный).

² Числитель и знаменатель индекса динамики (формулы (2—4)) представляют собой валовой сбор, который определяется как произведение уравнения тренда урожайности на уравнение тренда посевных площадей ($\sum (a_{01}^{yn} + a_{11}^{yn}t + a_{21}^{yn}t^2)$) и плюс уравнение тренда расчетной разницы ($\sum (a_{01}^p + a_{11}^pt)$).

4. В индексе, характеризующем изменение валового сбора за счет уборочных площадей, числитель такой же, как знаменатель в индексе влияния урожайности, а знаменатель — как в индексе расчетного вала.

Практическое применение

Из каждого региона Республики Казахстан случайным образом взято по одной области: Западный регион — Актыбинская область; Целин-

ный — Северо-Казахстанская; Южный — Кызыл-Ординская; Восточный — Восточно-Казахстанская. Данные отражают временной интервал 2003—2018 гг., с разбивкой на два периода: 2003—2010 гг., 2011—2018 гг., которые далее используются в качестве сравниваемых. Используются официальные данные государственной статистики. Промежуточные и итоговые результаты расчетов приведены в табл. 1, 2.

Таблица 1

Коэффициенты корреляции и параметры уравнений зависимостей между приростами урожайности и уборочными площадями за период 2003—2018 гг.

Correlation coefficients and parameters of the equations of dependencies between yield increases and harvested areas for the period 2003—2018

Область	Приросты урожайности (–)			Приросты урожайности (+)		
	Коэффициент корреляции	Параметры		Коэффициент корреляции	Параметры	
		A_0	A_1		A_0	A_1
Актыбинская	–0,58	–18,8	–8,20	–0,300	9,80	–5,20
Северо-Казахстанская	0,35	8,5	6,60	–0,060	2,00	–0,40
Кзыл-Ординская	–0,40	–2,3	–0,62	–0,030	0,56	–0,02
Восточно-Казахстанская	–1,00	8,7	–7,00	0,208	–14,40	4,80

Отрицательное значение коэффициента корреляции в группе, где урожайность снижается, означает, что снижение урожайности компенсируется (исключение — Северо-Казахстанская) увеличением посевов. Когда наблюдается рост урожайности, то отрицательное значение свидетельствует о снижении посевов и, соответственно, о снижении сбора.

Порядок расчетов предложенных индексов покажем на примере Актыбинской области. Нахождение трендов (выравнивание) производилось с использованием параболы отдельно за периоды 2003—2010 и 2011—2018 гг. Данные приводятся за первый и последний год периода (табл. 2).

Таблица 2

Детализация эффектов влияния различных факторов, формирующих тренды обобщающих статистических показателей, на примере Актыбинской области Республики Казахстан

Detailed effects of the influence of various factors that form the trends generalizing statistical indicators, by the example of the Aktobe region of the Republic of Kazakhstan

Параметр	2003	2010	2011	2018
1. Валовой сбор, факт	537,0	453,8	394,7	394,7
2. Трендовые данные об урожайности				
2.1. Индексы корреляции	0,393		0,820	
2.2. Расчетные данные	8,0	5,9	5,7	13,4
3. Трендовые данные о посевах				
3.1. Индексы корреляции	0,513		0,866	
3.2. Расчетные данные	51,6	93,6	51,6	45,6
4. Валовой сбор, расчет (п. 2.2 × п. 3.2)	412,8	552,2	294,1	611,0
5. Разница между фактическим и расчетным валовым сбором (п. 1 – п. 4)	124,2	–98,4	100,6	–216,3
6. Трендовые данные (выравненные) о разнице между фактическим и расчетным валовым сбором				
6.1. Индексы корреляции	0,111		0,143	
6.2. Расчетные данные	–136,0	–48,7	23,8	–18,6
7. Сумма трендов (п. 4 + п. 6.2)	276,8	503,5	314,9	592,4

Отношение дисперсии показателя суммы трендов к дисперсии фактического валового сбора равно 0,115 и 0,671, практически не отличается от значения квадрата индекса корреляции, отражающего различия между выравненными по параболе и фактическими значениями валового сбора. Дисперсия показателя суммы трендов зависит от различий в значениях расчетного вала

и различий в значениях выравненных (трендовых) разниц.

Для разложения дисперсии показателя суммы трендов на составляющие использовался коэффициент в виде отношения дисперсии показателя суммы трендов к сумме дисперсий расчетного вала и дисперсии выравненных разниц. Умножая фактические значения дисперсий на коэффици-

ент, получаем расчетные дисперсии, их сумма равна дисперсии суммы тренда. Значение этих дисперсий по отношению к фактическим значениям дисперсий валового сбора для периода 2003—2010 гг. равно 0,024 и 0,094, а за 2011—2018 гг., соответственно, 0,436 и 0,283. Так как сумма трендов за период равна фактической сумме валового сбора, то и значения их индексов совпа-

дают — 0,761. При этом возможна детализация этих индексов: на индекс влияния расчетного вала 0,750 и на индекс влияния за счет изменения тренда расчетных разниц 1,014. В свою очередь, значения индекса влияния расчетного вала можно также детализировать на индекс влияния изменения урожайности 1,118 и индекс влияния изменения посевных площадей 0,671 (табл. 3).

Таблица 3

Индексы, характеризующие тенденцию валового сбора зерновых в Казахстане, и влияние определяющих его факторов

Indices characterizing the trend of the gross grain harvest in Kazakhstan and the influence of factors determining it

Область	Валовой сбор	Расчетный валовой сбор	Урожайность	Посевные площади	Расчетные разницы
Актюбинская	0,761	0,750	1,118	0,671	1,014
Северо-Казахстанская	1,207	1,203	1,194	1,008	1,003
Кзыл-Ординская	1,462	1,469	1,291	1,138	0,995
Восточно-Казахстанская	1,120	1,120	1,075	1,046	1,000

Выводы

Во всех областях влияние урожайности на величину валового сбора было более значительно, по сравнению с влиянием уровней и динамики посевных площадей. Снижение расчетного и фактического значений валового сбора зерновых в Актюбинской области было связано с уменьшением посевных площадей. В более засушливых областях (Актюбинская и Восточно-Казахстанская) наблюдались более высокая вариация валового сбора и, соответственно, меньшие значения индексов корреляции. Произведение индексов

сбора и расчетных разниц равно индексу валового сбора, а индексов урожайности и посевных уборочных площадей — индексу расчетного валового сбора.

Приведенные индексы можно еще детализировать, они будут отражать влияние изменений параметров уравнений парабол (a_0 , a_1 и a_2) на величину индекса.

Предложенный подход позволяет проводить подобные расчеты и при более широком круге факторов.

Список литературы

1. Адамов В. Е. Факторный индексный анализ (Методика и проблемы). М. : Статистика, 1977. 200 с.
2. Баканов М. И., Шеремет А. Д. Теория экономического анализа. М. : Финансы и статистика, 2000. 416 с.
3. Венецкий И. Г., Венецкая В. И. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. М. : Статистика, 1979. 447 с.
4. Казинец Л. С. Измерение структурных сдвигов в экономике. М. : Экономика, 1969. 167 с.
5. Казинец Л. С. Темпы роста и структурные сдвиги в экономике. М. : Экономика, 1981. 184 с.
6. Общая теория статистики / под ред. А. А. Спирина, О. Э. Башиной. М. : Финансы и статистика, 1997. 296 с.
7. Популярный экономико-статистический словарь-справочник / под ред. И. И. Елисевой. М. : Финансы и статистика, 1993. 192 с.
8. Рабинович П. М. Некоторые вопросы статистического исследования структуры социально-экономических явлений // Вестн. статистики. 1975. № 10. С. 52—63.
9. Елисеева И. И. Комплексное использование индексного и регрессионного методов анализа. Л., 1981. 38 с.
10. Глинский В. В., Ионин В. Г. Статистический анализ. 3-е изд., перераб. и доп. М. ; Новосибирск, 2002. 241 с.
11. Ионин В. Г., Николаева Н. Ю. Анализ структуры рисков компании на основе показателей эффектов рычагов // Вестн. НГУЭУ. 2017. № 2. С. 274—292.
12. Авров А. П., Сабырова Г. К. Региональные особенности развития ключевых показателей сельскохозяйственного производства Республики Казахстан // Вестн. НГУЭУ. 2013. № 4. С. 136—143.
13. Авров А. П. Анализ тенденций и колеблемости урожайности зерновых в Казахстане // Формирования основных направлений развития современной статистики и экономики : материалы 1-ой Междунар. науч. конф. 26—28 сент. 2013 г. Оренбург, 2013.
14. Авров А. П. Анализ синхронности и устойчивости в колебаниях урожайности зерновых в Республике Казахстана // Вестн. НГУЭУ. 2014. № 4. С. 101—115.

References

1. Adamov V.E. Faktornyi indeksnyi analiz (Metodika i problemy) [Factor index analysis (Methodology and problems)]. Moscow: Statistika, 1977, 200 p.
2. Bakanov M.I., Sheremet A.D. Teoriya ekonomicheskogo analiza [Theory of economic analysis]. Moscow: Finansy i statistika, 2000, 416 p.
3. Venetskii I.G., Venetskaya V.I. Osnovnye matematiko-statisticheskie ponyatiya i formuly v ekonomicheskom analize [Basic mathematical and statistical concepts and formulas in economic analysis]. Moscow: Statistika, 1979, 447 p.

4. Kazinets L.S. Izmerenie strukturnykh sdvigo v ekonomike [Measuring structural shifts in the economy]. Moscow: Ekonomika, 1969, 167 p.
5. Kazinets L.S. Tempy rosta i strukturnye sdvigi v ekonomike [Growth rates and structural shifts in the economy]. Moscow: Ekonomika, 1981, 184 p.
6. Spirin A.A., Bashina O.E. (ed.) Obshchaya teoriya statistiki [General theory of statistics]. Moscow: Finansy i statistika, 1997, 296 p.
7. Eliseeva I.I. (ed.) Populyarnyi ekonomiko-statisticheskii slovar'-spravochnik [Popular economic and statistical dictionary-reference book]. Moscow: Finansy i statistika, 1993, 192 p.
8. Rabinovich P.M. Nekotorye voprosy statisticheskogo issledovaniya struktury sotsial'no-ekonomicheskikh yavlenii [Some questions of statistical research of the structure of socio-economic phenomena], *Vestn. Statistiki*, 1975, no. 10, pp. 52—63.
9. Eliseeva I.I. Kompleksnoe ispol'zovanie indeksnogo i regressionnogo metodov analiza [Integrated use of index and regression methods of analysis]. Leningrad, 1981, 38 p.
10. Glinskii V.V., Ionin V.G. Statisticheskii analiz [Statistical analysis]. ed. 3, Moscow, Novosibirsk, 2002, 241 p.
11. Ionin V.G., Nikolaeva N.Yu. Analiz struktury riskov kompanii na osnove pokazatelei effektiv rykhagov [Analysis of the company's risk structure based on indicators of leverage effects], *Vestn. NGUEU*, 2017, no. 2, pp. 274—292.
12. Avrov A.P., Sabyrova G.K. Regional'nye osobennosti razvitiya klyuchevykh pokazatelei sel'skokhozyaistvennogo proizvodstva Respubliki Kazakhstan [Regional features of the development of key indicators of agricultural production of the Republic of Kazakhstan], *Vestn. NGUEU*, 2013, no. 4, pp. 136—143.
13. Avrov A.P. Analiz tendentsii i koleblemosti urozhainosti zernovykh v Kazakhstane [Analysis of grain yield trends and variability in Kazakhstan], *Formirovaniya osnovnykh napravlenii razvitiya sovremennoi statistiki i ekonomiki: materialy 1-oi Mezhdunar. nauch. konf. 26—28 sept. 2013 y. Orenburg*, 2013.
14. Avrov A.P. Analiz sinkhronnosti i ustoichivosti v kolebaniyakh urozhainosti zernovykh v Respublike Kazakhstana [Analysis of synchronicity and stability in fluctuations in grain yields in the Republic of Kazakhstan], *Vestn. NGUEU*, 2014, no. 4, pp. 101—115.

Информация об авторе

Авров Андрей Петрович — кандидат экономических наук, профессор кафедры статистики и оценки, Казахский экономический университет им. Т. Рыскулова, Алматы, Казахстан. E-mail: andreyavrov@mail.ru

Information about the authors

Andrey P. Avrov — Candidate of Economic Sciences, Professor of the Department of Statistics and Evaluation, Kazakh Economic University named after T. Ryskulov, Almaty, Kazakhstan. E-mail: andreyavrov@mail.ru

Статья поступила в редакцию 10.09.2021; одобрена после рецензирования 06.02.2022; принята к публикации 15.02.2022.

The article was submitted 10.09.2021; approved after reviewing 06.02.2022; accepted for publication 15.02.2022.