ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

ECONOMIC RESEARCH

Развитие территорий. 2022. № 3. С. 21—29.
Territory Development. 2022;(3):21—29.

Экономические исследования

Научная статья
УДК 330.45 + 51—77
DOI: 10.32324/2412-8945-2022-3-21-29

РАВНОВЕСИЕ И ОПТИМАЛЬНОСТЬ В МОДЕЛЯХ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ТОРГОВЛИ ПРИ МОНОПОЛИСТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНЦИИ: ЕДИНЫЙ ПОДХОД

Игорь Александрович Быкадоров[1], Юлия Николаевна Исмайылова[2], Марина Владимировна Пудова[3]✉
[1, 2, 3] Сибирский институт управления — филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Новосибирск, Российская Федерация
Автор, ответственный за переписку: Пудова Марина Владимировна, pudova-mv@ranepa.ru

Аннотация. Исследуются модели межрегиональной торговли при монополистической конкуренции производителей. Рассматриваются ситуации рыночного равновесия и общественной оптимальности. Показано: (1) в ситуации симметричного рыночного равновесия эластичности производственных издержек являются выпуклой комбинацией эластичностей выручки от индивидуальных потреблений; (2) в ситуации симметричной общественной оптимальности эластичности производственных издержек являются выпуклой комбинацией эластичностей элементарных полезностей от индивидуальных потреблений.

Ключевые слова: межрегиональная торговля, транспортные издержки «iceberg types», рыночное равновесие, общественная оптимальность, эластичность

Благодарности: исследование выполнено в рамках внутреннего гранта Сибирского института управления РАНХиГС, апрель — июнь 2022 г. Авторы считают своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность своим коллегам по НОЦ «Цифровая трансформация экономики» и особенно по кафедре бизнес-статистики и аналитики Сибирского института управления РАНХиГС за полезные обсуждения.

Для цитирования: Быкадоров И. А., Исмайылова Ю. Н., Пудова М. В. Равновесие и оптимальность в моделях межрегиональной торговли при монополистической конкуренции: единый подход // Развитие территорий. 2022. № 3. С. 21—29. DOI: 10.32324/2412-8945-2022-3-21-29.

Economic research

Original article

EQUILIBRIUM AND OPTIMALITY IN MODELS OF INTERREGIONAL TRADE IN MONOPOLISTIC COMPETITION: A UNIFIED APPROACH

Igor A. Bykadorov[1], Yuliya N. Ismayilova[2], Marina V. Pudova[3]✉
[1, 2, 3] Siberian Institute of Management — branch of Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Novosibirsk, Russian Federation
Corresponding author: Marina V. Pudova, pudova-mv@ranepa.ru

Abstract. The models of interregional trade under monopolistic competition of producers are studied. The situations of market equilibrium and social optimality are considered. it is shown: (1) in a situation of symmetrical market equilibrium, the elasticities of production costs are a convex combination of elasticities of revenue from individual consumption; (2) in a situation of symmetrical social optimality, the elasticities of production costs are a convex combination of elasticities of elementary utilities from individual consumption.

Keywords: interregional trade, iceberg types transport costs, market equilibrium, social optimality, elasticity

Acknowledgements: the study was carried out within the framework of an internal grant from the Siberian Institute of Management RANEPA April — June 2022. The authors consider it their pleasant duty to express sincere gratitude to their colleagues at the Scientific and Educational Center “Digital Transformation of the Economy” and especially at the Department of Business Statistics and Analytics Siberian Institute of Management RANEPA for useful discussions.

For citation: Bykadorov I.A., Ismayilova Yu.N., Pudova M.V. Equilibrium and Optimality in Models of Interregional Trade in Monopolistic Competition: a Unified Approach. Territory Development. 2022;(3):21—29. (In Russ.). DOI: 10.32324/2412-8945-2022-3-21-29.

Введение

Понятие монополистической конкуренции, введенное в [1], сейчас бурно развивается благодаря знаменитой статье [2] о модели закрытой экономики (одна страна/регион), работам [3 ; 4] о международной/межрегиональной торговле, а также работе [5], описывающей гетерогенный случай. Обычно в моделях монополистической конкуренции исследуются две концепции:

— рыночное равновесие [см., например: 6—14];

— общественная оптимальность [см., например: 12 ; 15 ; 16].

Одной из наиболее интересных тем в этих исследованиях является так называемая сравнительная статика, т. е. влияние параметров модели на равновесные и оптимальные переменные: потребление, размеры фирм, размеры рынков, общественное благосостояние и т. д. [см, например: 17—19]. В [20] был предложен единый подход к изучению рыночного равновесия и общественной оптимальности. Для случая международной/межрегиональной торговли между двумя странами/регионами в [20] получены следующие результаты:

— в ситуации симметричного рыночного равновесия эластичность производственных издержек является выпуклой комбинацией эластичностей выручки от индивидуальных потреблений;

— в ситуации симметричной общественной оптимальности эластичность производственных издержек является выпуклой комбинацией эластичностей элементарных полезностей от индивидуального потребления;

— в ситуации рыночного равновесия обратная эластичность производственных издержек является выпуклой комбинацией обратных эластичностей выручки от индивидуальных потреблений; более того, коэффициенты этой выпуклой комбинации имеют прозрачный экономический смысл: они являются отношением полного внутреннего потребления к размеру фирм.

В предлагаемой статье результаты работы [20] обобщаются на случай произвольного (но конечного и фиксированного) числа регионов. Тем самым обобщаются хорошо известные факты о закрытой (один регион) экономике с монополистической конкуренцией производителей: 1) в ситуации рыночного равновесия эластичность выручки равна эластичности полных издержек и 2) в ситуации общественной оптимальности эластичность полезности равна эластичности полных издержек. Это позволяет прояснить природу понятий рыночного равновесия и общественной оптимальности.

Однородная модель межрегиональной торговли

Опишем сравнительно общую модель межрегиональной торговли при монополистической конкуренции производителей. Прежде всего, конечно, следует пояснить, что такое монополистическая конкуренция.

Основные предположения монополистической конкуренции. Как обычно, в моделях монополистической конкуренции [1—3] предполагается, что

— все потребители идентичны, каждый обладает одной единицей труда;

— труд является единственным производственным фактором: потребление, выпуск и т. д. измеряются в труде;

— все производители (фирмы) идентичны, но производят «товарные разнообразия» («varieties», почти одинаковые товары);

— каждая фирма производит только одно «товарное разнообразие» («variety»), устанавливает цены на него, но на его спрос влияет спрос на другие «varieties»; каждое «variety» производится только одной фирмой;

— функция спроса определяется аддитивно-сепарабельной функцией полезности;

— число (масса) фирм достаточно велико, поэтому влияние каждой фирмы на всю экономику региона (регионов) игнорируется;

— свобода входа: фирмы входят на рынок до тех пор, пока их прибыль положительна, и выходят с рынка, когда их прибыль становится отрицательной (ноль-прибыльность);

— спрос и предложение на труд в каждом регионе сбалансированы;

— транспортные межрегиональные издержки $\tau \geq 1$ относятся к типу «iceberg»: для того чтобы продать одну единицу товара в другом регионе, требуется произвести $\tau \cdot 1$ единиц товара.

Экономические агенты и системы показателей, отражающих функционирование региональных и межрегиональных рынков. В базовых моделях основными экономическими агентами являются потребители и производители. В более развитых моделях появляются посредники (ритейлеры).

Пусть в экономике имеется K регионов. Обозначим $I = \{1, 2, \ldots, K\}$ — множество индексов. Пусть

N_k — число (масса) фирм в регионе $k \in I$;

L_k — число потребителей (жителей) в регионе $k \in I$.

Отметим, что L_k — это параметры (известные и фиксированные), в то время как N_k — переменные, определяемые эндогенно.

Замечание. В моделях монополистической конкуренции число фирм предполагается достаточно большим. Поэтому вместо стандартного понятия «число фирм» используется понятие «масса фирм». Более точно — рассматриваются интервалы $[0, N_k]$, $k \in I$ равномерно распределенных в регионе $k \in I$ фирм. Стандартной интерпретацией понятия «масса фирм» является следующая: если на длинной дороге равномерно расположены автозаправочные станции, то нас интересует не количество этих станций, а длина дороги.

Потребители. Введем индивидуальные потребления и соответствующие цены. Пусть

$x_{kj}^{(i)}$ — количество товара (товарного разнообразия, «variety»), производимого фирмой $i \in [0, N_k]$ в регионе $k \in I$ и потребленного в регионе $j \in I$ одним (репрезентативным) потребителем;

$\rho_{kj}^{(i)}$ — соответствующие цены.

Замечание. Следуя традициям монополистической конкуренции, используется обозначение «$x^{(i)}$» вместо «$x\,(i)$» и т. д.

Далее, пусть ω_k — (средняя) заработная плата в регионе $k \in I$.

Наконец, пусть $u\,(\cdot)$ — функция элементарной полезности («субполезности»). Предполагается отказ от конкретного функционального вида функции. Поэтому важно определить минимальные требования, предъявляемые к функции элементарной полезности. Итак, предполагается, что функция $u\,(\cdot)$ является нужное количество раз (например, трижды) дифференцируемой:

1) $u\,(0) = 0$ — если потребитель ничего не потребил, то и удовольствия никакого не получил;

2) $u'\,(\cdot) > 0$ — поведение потребителя рационально: нет избыточности потребления, т. е. чем больше товара потребляется, тем больше удовольствия получается;

3) $u''\,(\cdot) < 0$ — уменьшение прироста полезности от потребления новой единицы товара.

Далее, задача репрезентативного потребителя в регионе $k \in I$ имеет следующий вид:

Максимизировать

$$\sum_{j \in I} \int_0^{N_j} u\left(x_{jk}^{(i)}\right) di$$

при бюджетном ограничении

$$\sum_{j \in I} \int_0^{N_j} p_{jk}^{(i)} x_{jk}^{(i)} di \le \omega_k .$$

Используя условия первого порядка, получаем обратные функции спроса (т. е. цены, по которым репрезентативный потребитель согласен покупать соответствующее количество соответствующего товара):

$$p_{jk}^{(i)} = p_{jk}^{(i)}\left(x_{jk}^{(i)}, \lambda_k\right) = \frac{u'\left(x_{jk}^{(i)}\right)}{\lambda_k}, \; i \in \left[0, N_j\right], \; j \in I, k \in I,$$

где $\lambda_k, k \in I$ — множители Лагранжа.

Производители. Введем теперь понятие «размер фирмы» — количество выпускаемой фирмой продукции. Введем параметры

$$\tau_{kj} \ge 1, \tau_{kk} = 1, k \in I, \; j \in I,$$

которые могут рассматриваться как транспортные (торговые) издержки «iceberg type»: для того чтобы продать одну единицу товара в другом регионе, требуется произвести $\tau \cdot 1$ единиц товара.

Замечание. История появления термина «iceberg»: считается, что при транспортировке товар «тает», как айсберг.

Каждая фирма-производитель в каждом регионе производит продукцию для потребителей каждого региона. Поэтому

$$q_{kj}^{(i)} = L_j \tau_{kj} x_{kj}^{(i)}, \; i \in [0, N_k], k \in I, \; j \in I$$

является полным выпуском фирмы $i \in [0, N_k]$ региона $k \in I$ для продажи в регионе $j \in I$. Более того,

$$Q_k^{(i)} = \sum_{j \in I} q_{kj}^{(i)}, \; i \in [0, N_k], k \in I$$

является размером фирмы $i \in [0, N_k]$ региона $k \in I$.

Пусть производственные издержки определяются для каждой фирмы каждого региона функцией $V\,(\cdot)$, удовлетворяющей следующему условию — функция $V\,(\cdot)$ является дважды дифференцируемой:

1) $V\,(0) > 0$ — диктуется стандартной ситуацией, возникающей при линейных производственных издержках ($V\,(Q) = c \cdot Q + f$, где c — предельные издержки, f — фиксированные издержки); интерпретация: прежде чем начать выпуск продукции, надо построить завод (понести фиксированные издержки f), поэтому $V\,(0) = f > 0$;

2) $V'\,(\cdot) > 0$ — с ростом выпуска продукции общие производственные издержки возрастают.

Итак, прибыли $\pi_k^{(i)}$ фирмы $i \in [0, N_k]$ региона $k \in I$ имеют вид

$$\pi_k^{(i)} = \sum_{j \in I} L_j \cdot \frac{u'\left(x_{kj}^{(i)}\right) \cdot x_{kj}^{(i)}}{\lambda_j} - \omega_k \cdot V\left(Q_k^{(i)}\right),$$
$$i \in [0, N_k], k \in I.$$

(Ясно, что фирма выбирает обратные функции спроса в качестве цен.) Введем так называемую выручку от одного потребителя:

$$R_\lambda(\xi) = \frac{u'(\xi)\,\xi}{\lambda}.$$

Тогда

$$\pi_k^{(i)} = \sum_{j \in I} L_j \cdot R_{\lambda_j}\left(x_{kj}^{(i)}\right) - \omega_k \cdot V\left(Q_k^{(i)}\right), i \in [0, N_k], k \in I.$$

Наконец, баланс по труду в регионе $k \in I$ имеет вид

$$\int_0^{N_k} V\left(Q_k^{(i)}\right) di = L_k,\ k \in I.$$

Симметричный случай. Напомним: предполагается, что все потребители одинаковые, все фирмы-производители одинаковые. Поэтому, как обычно, рассматривается симметричный случай. Более точно, опускаем индекс i в индивидуальных потреблениях, обратных функциях спроса, размерах фирм, прибылях и балансах по труду. Тогда

$$p_{kj} = p_{kj}(x_{kj}, \lambda_j) = \frac{u'(x_{kj})}{\lambda_j},\ k \in I,\ j \in I,$$

$$q_{kj} = L_j \tau_{kj} x_{kj},\ k \in I,\ j \in I,$$

$$Q_k = \sum_{j \in I} q_{kj},\ k \in I,$$

$$\pi_k = \sum_{j \in I} L_j \cdot R_{\lambda_j}(x_{kj}) - \omega_k \cdot V(Q_k),\ \ k \in I,$$

$$N_k \cdot V(Q_k) = L_k,\ k \in I.$$

Более того, торговые балансы (экспорт равен импорту) имеют вид

$$L_i \cdot \sum_{j \in I} N_j \cdot p_{ji}(x_{ji}, \lambda_i) \cdot x_{ji} =$$
$$= N_i \cdot \sum_{j \in I} L_j \cdot p_{ij}(x_{ij}, \lambda_j) \cdot x_{ij},\ i \in I,$$

т. е., используя формулы для обратных функций спроса и балансы по труду,

$$\sum_{j \in I} \frac{L_j}{V(Q_j)} \cdot R_{\lambda_i}(x_{ji}) = \frac{1}{V(Q_i)} \cdot \sum_{j \in I} L_j \cdot R_{\lambda j}(x_{ij}),\ i \in I.$$

Симметричное рыночное равновесие и симметричная общественная оптимальность. При рыночном равновесии фирмы-производители выбирают обратные функции спроса

$$p_{kj} = p_{kj}(x_{kj}, \lambda_j) = \frac{u'(x_{kj})}{\lambda_j},\ k \in I,\ j \in I$$

и максимизируют прибыли

$$\pi_k = \sum_{j \in I} L_j \cdot R_{\lambda_j}(x_{kj}) - \omega_k \cdot V\left(Q_k\right),\ \ k \in I.$$

Поэтому выполняются условия первого порядка

$$\frac{\partial \pi_k}{\partial x_{ki}} = 0,\ k \in I, i \in I,$$

а также условия второго порядка

$$\pi_k'' < 0,\ k \in I,$$

т. е., если выполняются условия первого порядка, то матрицы $\pi_k'' < 0,\ k \in I$ являются отрицательно определенными.

При моделировании в условиях монополистической конкуренции стандартно предполагается, что фирмы-производители входят на рынок до тех пор, пока их прибыль положительна. Таким образом, условие свободы входа означает условие ноль-прибыльности:

$$\pi_k = 0,\ k \in I.$$

Итак, по определению, симметричным рыночным равновесием является набор

$$\left(\left\{x_{ij}^{equ}\right\}_{i \in I}^{j \in I}, \left\{p_{ij}^{equ}\right\}_{i \in I}^{j \in I}, \left\{\lambda_i^{equ}\right\}_{i \in I}, \left\{N_i^{equ}\right\}_{i \in I}, \left\{\omega_i^{equ}\right\}_{i \in I}\right),$$

удовлетворяющий следующим условиям:

— рациональность в потреблении

$$p_{kj} = p_{kj}(x_{kj}, \lambda_j) = \frac{u'(x_{kj})}{\lambda_j},\ k \in I,\ j \in I;$$

— рациональность в производстве

$$\frac{\partial \pi_k}{\partial x_{ki}} = 0,\ k \in I, i \in I,$$

$$\pi_k'' < 0,\ k \in I;$$

— свобода входа

$$\pi_k = 0,\ k \in I;$$

— балансы по труду

$$N_k \cdot V\left(Q_k\right) = L_k,\ k \in I;$$

— торговые балансы

$$\sum_{j \in I} \frac{L_j}{V(Q_j)} R_{\lambda_i} \cdot (x_{ji}) = \frac{1}{V(Q_i)} \cdot \sum_{j \in I} L_j \cdot R_{\lambda j}(x_{ij}),\ i \in I.$$

Помимо рыночного равновесия, когда фирмы максимизируют свою прибыль, представляет интерес также оптимизация роли государства, которое стремится максимизировать «полезность» потребителей. Если более точно, максимизируется общественное благосостояние при выполнении только условий балансов по труду. Таким образом, симметричной общественной оптимальностью является набор

$$\left(\left\{x_{ij}^{opt}\right\}_{i \in I}^{j \in I}, \left\{N_i^{opt}\right\}_{i \in I}\right),$$

удовлетворяющий следующим условиям:

— максимизация общественного состояния

$$\frac{\partial W}{\partial x_{ij}} = 0,\ i \in I,\ j \in I,\quad W'' < 0;$$

— балансы по труду

$$N_i \cdot V\left(Q_i\right) = L_i,\ i \in I.$$

Природа понятий «рыночное равновесие» и «общественная оптимальность» кажется совершенно разной. Действительно, при рыночном равновесии сначала определяются обратные функции спроса (цены, по которым потребители согласны покупать определенное количество товаров), потом фирмы максимизируют свои прибыли при соблюдении свободы входа (нольприбыльности), балансов по труду и торговых балансов. В условиях общественной оптимальности функция общественного благосостояния максимизируется только при условиях балансов по труду. Наша ближайшая цель — показать возможность изучения этих двух концепций: рыночного равновесия и общественной оптимальности с единых позиций.

Результаты исследования

Рассмотрим семейство функций

$$S_{ij}(x_{ij}, A) := L_j A(x_{ij}), i \in I, j \in I,$$

где A — некоторая вещественная функция.

Для индивидуальных потреблений (равновесных x_{ij}^{equ} и общественно оптимальных x_{ij}^{opt}) обозначим

$$q_{ij}^{equ} = L_j \tau_{ij} x_{ij}^{equ}, i \in I, j \in I,$$
$$q_{ij}^{opt} = L_j \tau_{ij} x_{ij}^{opt}, i \in I, j \in I.$$

Тогда

$$Q_i^{equ} = \sum_{j \in I} q_{ij}^{equ} = \sum_{j \in I} L_j \tau_{ij} x_{ij}^{equ}, i \in I$$

является равновесным размером каждой фирмы в регионе $i \in I$, а

$$Q_i^{opt} = \sum_{j \in I} q_{ij}^{opt} = \sum_{j \in I} L_j \tau_{ij} x_{ij}^{opt}, i \in I$$

является общественно оптимальным размером каждой фирмы в регионе $i \in I$.

Обозначим

$$S_{ij}^{equ} := S_{ij}\left(x_{ij}^{equ}, R_{\lambda_j^{equ}}\right) \equiv L_j \frac{u'(x_{ij}^{equ}) x_{ij}^{equ}}{\lambda_j^{equ}}, i \in I, j \in I,$$
$$S_{ij}^{opt} := S_{ij}\left(x_{ij}^{opt}, R_{\lambda_j^{opt}}\right) \equiv L_j u'(x_{ij}^{opt}), i \in I, j \in I.$$

Как обычно, пусть

$$\varepsilon_g(\xi) = \frac{g'(\xi)\xi}{g(\xi)}$$

эластичность функции g. Отметим, что

$$\varepsilon_{R_{\lambda_j^{equ}}}(\xi) = \varepsilon_{R_{\lambda_j^{opt}}}(\xi) = \varepsilon_R(\xi), j \in I,$$

где $R(\xi) = u'(\xi)\xi$ — нормализованная выручка [ср.: 21].

Важное замечание. В формулируемых ниже утверждениях предполагается, что состояния рыночного равновесия и общественной оптимальности существуют (и, более того, единственны). Вопросы условий существования и единственности являются отдельными задачами (часто очень непростыми), что не является темой этого исследования. Отметим, что ситуации рыночного равновесия и общественной оптимальности являются наблюдаемыми.

Основным результатом работы является утверждение 1.

Утверждение 1

1. В ситуации рыночного равновесия эластичности нормализованной выручки от индивидуального потребления и эластичности производственных издержек удовлетворяют условиям

$$\frac{S_{ij}^{equ}}{\sum_{k \in I} S_{ik}^{equ}} \cdot \varepsilon_R(x_{ij}^{equ}) = \frac{q_{ij}^{equ}}{Q_i^{equ}} \varepsilon_V(Q_i^{equ}), i \in I, j \in I.$$

2. В ситуации общественной оптимальности эластичности функции элементарной полезности от индивидуальных потреблений и эластичности производственных издержек удовлетворяют условиям

$$\frac{S_{ij}^{opt}}{\sum_{k \in I} S_{ik}^{opt}} \cdot \varepsilon_u(x_{ij}^{opt}) = \frac{q_{ij}^{opt}}{Q_i^{opt}} \varepsilon_V(Q_i^{opt}), i \in I, j \in I.$$

Из него вытекает следующее **Следствие**:

1. В ситуации рыночного равновесия эластичность производственных издержек является выпуклой комбинацией эластичностей нормализованной выручки от индивидуального потребления:

$$\sum_{j \in I} \frac{S_{ij}^{equ}}{\sum_{k \in I} S_{ik}^{equ}} \cdot \varepsilon_R(x_{ij}^{equ}) = \varepsilon_V(Q_i^{equ}), i \in I.$$

2. В ситуации общественной оптимальности эластичность производственных издержек является выпуклой комбинацией эластичностей функции элементарной полезности от индивидуальных потреблений:

$$\sum_{j \in I} \frac{S_{ij}^{opt}}{\sum_{k \in I} S_{ik}^{opt}} \cdot \varepsilon_u(x_{ij}^{opt}) = \varepsilon_V(Q_i^{opt}), i \in I.$$

Следствие утверждения 1 обобщает хорошо известный факт о закрытой экономике (т. е. для случая одного региона) при монополистической конкуренции производителей: 1) в ситуации рыночного равновесия эластичность выручки равна эластичности полных издержек и 2) в ситуации общественной оптимальности эластичность элементарной полезности равна эластичности полных производственных издержек.

Отметим, что очевидным недостатком формул утверждения 1 и его следствия является слабая интерпретируемость коэффициентов S_{ij}^{equ} и S_{ij}^{opt}. Надеемся, нижеследующие утверждения лишены этого недостатка.

Утверждение 2

В ситуации симметричного рыночного равновесия эластичности нормализованной выручки от индивидуальных потреблений и эластичности производственных издержек удовлетворяют условиям

$$\sum_{j\in I}\frac{q_{ij}^{equ}}{\varepsilon_R(x_{ij}^{equ})}=\frac{Q_i^{equ}}{\varepsilon_V(Q_i^{equ})},\ i\in I.$$

Далее, можно ли получить аналог утверждения 2 для ситуации общественной оптимальности? К сожалению, прямой аналогии нет, но можно рассмотреть следующее утверждение.

Утверждение 3

В ситуации симметричной общественной оптимальности эластичности элементарной полезности от индивидуальных потреблений и эластичности производственных издержек удовлетворяют условиям

$$\sum_{j\in I}\frac{\sum_{k\in I}L_k u(x_{ik}^{opt})}{K\cdot L_j u(x_{ij}^{opt})}\cdot\frac{q_{ij}^{opt}}{\varepsilon_u(x_{ij}^{opt})}=\frac{Q_i^{opt}}{\varepsilon_V(Q_i^{opt})},\ i\in I.$$

(Напоминаем, здесь K — количество регионов.)

Доказательства

Доказательство Утверждения 1

1. Рыночное равновесие.

Для

$$\pi_k=\sum_{j\in I}L_j\cdot\frac{R(x_{kj})}{\lambda_j}-\omega_k\cdot V\left(Q_k\right),\ \ k\in I$$

условия первого порядка дают

$$\frac{\partial\pi_k}{\partial x_{ki}}\equiv L_i\cdot\left(\frac{R'(x_{ki}^{equ})}{\lambda_i}-\omega_k\tau_{ki}\cdot V'(Q_k^{equ})\right)=0,$$
$$k\in I, i\in I,$$

или

$$\frac{L_k\cdot\dfrac{R(x_{ki}^{equ})}{\lambda_i^{equ}}}{\omega_k V(Q_k^{equ})}\cdot\varepsilon_R(x_{ki}^{equ})=\frac{q_{ki}^{equ}}{Q_k^{equ}}\cdot\varepsilon_V(Q_k^{equ}),$$
$$k\in I, i\in I,$$

т. е., используя условие свободы входа,

$$\frac{L_k\cdot\dfrac{R(x_{ki}^{equ})}{\lambda_i^{equ}}}{\sum_{j\in I}L_j\cdot\dfrac{R(x_{kj}^{equ})}{\lambda_j}}\cdot\varepsilon_R(x_{ki}^{equ})=\frac{q_{ki}^{equ}}{Q_k^{equ}}\cdot\varepsilon_V(Q_k^{equ}),$$
$$k\in I, i\in I.$$

2. Общественная оптимальность.

Для

$$W=\sum_{i\in I}\left(\frac{L_i}{V\left(Q_i\right)}\cdot\sum_{k\in I}\left(L_k\cdot u(x_{ik})\right)\right)$$

условия первого порядка дают

$$\frac{\partial W}{\partial x_{ij}^{opt}}\equiv\left(-\tau_{ij}\sum_{k\in I}L_k\cdot\frac{u(x_{ik}^{opt})V'(Q_i^{opt})}{\left(V(Q_i^{opt})\right)^2}+\frac{u'(x_{ij}^{opt})}{V(Q_i^{opt})}\right)L_iL_j=$$
$$=0, i\in I,\ j\in I,$$

т. е.

$$\frac{L_j u(x_{ij}^{opt})}{\sum_{k\in I}L_k u(x_{ik}^{opt})}\cdot\varepsilon_u(x_{ij}^{equ})=\frac{q_{ij}^{equ}}{Q_i^{equ}}\cdot\varepsilon_V(Q_i^{equ}),$$
$$i\in I,\ j\in I.$$

Утверждение 1 доказано.

Доказательство Следствия

Поскольку

$$\frac{L_k\cdot\dfrac{R(x_{ki}^{equ})}{\lambda_i^{equ}}}{\sum_{j\in I}L_j\cdot\dfrac{R(x_{kj}^{equ})}{\lambda_j}}\cdot\varepsilon_R(x_{ki}^{equ})=\frac{q_{ki}^{equ}}{Q_k^{equ}}\cdot\varepsilon_V(Q_k^{equ}),$$
$$k\in I, i\in I,$$

то

$$\sum_{k\in I}\frac{L_k\cdot\dfrac{R(x_{ki}^{equ})}{\lambda_i^{equ}}}{\sum_{j\in I}L_j\cdot\dfrac{R(x_{kj}^{equ})}{\lambda_j}}\cdot\varepsilon_R(x_{ki}^{equ})=\varepsilon_V(Q_k^{equ}), i\in I.$$

Далее, поскольку

$$\frac{L_j u(x_{ij}^{opt})}{\sum_{k\in I}L_k u(x_{ik}^{opt})}\cdot\varepsilon_u(x_{ij}^{equ})=\frac{q_{ij}^{equ}}{Q_i^{equ}}\cdot\varepsilon_V(Q_i^{equ}),$$
$$i\in I,\ j\in I,$$

то

$$\sum_{j\in I}\frac{L_j u(x_{ij}^{opt})}{\sum_{k\in I}L_k u(x_{ik}^{opt})}\cdot\varepsilon_u(x_{ij}^{equ})=\varepsilon_V(Q_i^{equ}), i\in I.$$

Следствие доказано.

Доказательство Утверждения 2

Для

$$\pi_k=\sum_{j\in I}L_j\cdot\frac{R(x_{kj})}{\lambda_j}-\omega_k\cdot V(Q_k),\ \ k\in I$$

условия первого порядка дают

$$\frac{\partial\pi_k}{\partial x_{ki}}\equiv L_i\cdot\left(\frac{R'(x_{ki}^{equ})}{\lambda_i}-\omega_k\tau_{ki}\cdot V'(Q_k^{equ})\right)=0,$$
$$k\in I, i\in I,$$

или

$$\frac{1}{\lambda_i} = \omega_k \tau_{ki} \cdot \frac{V'(Q_k^{equ})}{R'(x_{ki}^{equ})},\ k \in I,\ i \in I,$$

т. е., используя условия свободы входа

$$\sum_{j \in I} L_j \cdot \frac{R(x_{kj})}{\lambda_j} - \omega_k V \cdot (Q_k),\ \ k \in I,$$

получаем

$$\sum_{i \in I} L_i \omega_k \tau_{ki} \cdot \frac{V'(Q_k^{equ})}{R'(x_{ki}^{equ})} \cdot R(x_{ki}^{equ}) = \omega_k V(Q_k^{equ}),\ k \in I.$$

Поскольку

$$L_i \tau_{ki} x_{ki}^{equ} = q_{ki}^{equ},$$

окончательно получаем

$$\sum_{i \in I} \frac{q_{ki}^{equ}}{\varepsilon_R (x_{ki}^{equ})} = \frac{Q_k^{equ}}{\varepsilon_V (Q_k^{equ})},\ k \in I.$$

Утверждение 2 доказано.

Доказательство Утверждения 3

Для

$$W = \sum_{i \in I} \left(\frac{L_i}{V(Q_i)} \cdot \sum_{k \in I} \left(L_k \cdot u(x_{ik}) \right) \right)$$

условия первого порядка дают

$$\sum_{k \in I} L_k \cdot \frac{u(x_{ik}^{opt}) V'(Q_i^{opt}) \tau_{ij}}{V(Q_i^{opt})} = u'(x_{ij}^{opt}),\ i \in I,\ j \in I,$$

т. е.

$$\frac{\sum_{k \in I} L_k \cdot u(x_{ik}^{opt})}{L_j u(x_{ij}^{opt})} \cdot \frac{q_{ij}^{opt}}{\varepsilon_u (x_{ij}^{equ})} = \frac{Q_i^{opt}}{\varepsilon_V (Q_i^{opt})},\ i \in I,\ j \in I.$$

Поэтому

$$\sum_{j \in I} \frac{\sum_{k \in I} L_k u(x_{ik}^{opt})}{K L_j u(x_{ij}^{opt})} \frac{q_{ij}^{opt}}{\varepsilon_u (x_{ij}^{equ})} = \frac{Q_i^{opt}}{\varepsilon_V (Q_i^{opt})},\ i \in I.$$

(Напоминаем, что K — количество регионов.)

Заключение

В работе исследуется в структуре монополистической конкуренции однородная модель межрегиональной торговли типа Диксит — Стиглиц — Кругман с аддитивно сепарабельными функциями полезности. Единственным производственным фактором является труд.

Особое внимание уделено двум следующим концепциям:

1. Рыночное равновесие — оптимизация поведения производителя: фирмы-производители максимизируют прибыли, используя обратные функции спроса (предоставленные им репрезентативными потребителями), условия свободы входа на рынок (фирмы входят на рынок, пока их прибыль положительна), балансы по труду (в каждом регионе суммарные издержки равны общему количеству труда), торговые балансы (в каждом регионе экспорт равен импорту).

2. Общественная оптимальность — оптимизация поведения государства в интересах потребителей: государство (точнее все регионы вместе) максимизирует функцию общественного благосостояния при единственном ограничении — балансы по труду в каждом регионе.

Понятия «рыночное равновесие» и «общественная оптимальность» кажутся совершенно разными по сути и даже противоречащими друг другу: возможно, интересы производителей и общества в целом сильно не совпадают. В работе предлагается единый подход к исследованию этих концепций. В частности, основной результат (утверждение 1) показывает, что структура базовых формул для ситуаций симметричного рыночного равновесия и симметричной общественной оптимальности одинакова: зависит от функции

$$S_{ij} = (x_{ij}, A) := L_j \cdot A(x_{ij}),\ i \in I,\ j \in I,$$

но вычисленной в различных точках. Это позволяет прояснить природу понятий рыночного равновесия и общественной оптимальности.

Список источников

1. *Chamberlin E. H.* The Theory of Monopolistic Competition: A re-Orientation of the Theory of Value. 1st. ed. Cambridge : MA : Harvard University Press, 1933.

2. *Dixit A. K., Stiglitz J. E.* Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // American Economic Review. 1977. Vol. 67. P. 297—308.

3. *Krugman P. R.* Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade // Journal of International Economics. 1979. Vol. 9. P. 469—479.

4. *Krugman P. R.* Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade // American Economic Review. 1980. Vol. 70. P. 950—959.

5. *Melitz M. J.* The Impact of Trade on Intra-Industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity // Econometrica. 2003. Vol. 71. P. 1695—1725.

6. *Behrens K., Murata Y.* General Equilibrium Models of Monopolistic Competition: a New Approach // Journal of Economic Theory. 2007. Vol. 136. P. 776—787.
7. *Belyaev I., Bykadorov I.* Dixit–Stiglitz–Krugman Model with Nonlinear Costs // Lecture Notes in Computer Science. 2020. Vol. 12095. P. 157—169.
8. *Brander J., Krugman P.* A 'Reciprocal Dumping' Model of International Trade // Journal of international economics. 1983. Vol. 15. P. 313—321.
9. *Bykadorov I.* Dixit–Stiglitz–Krugman Model with Investments in R&D // Lecture Notes in Computer Science. 2021. Vol. 12755. P. 397—409.
10. *Bykadorov I.* Investments in R&D in Monopolistic Competitive Trade Model // Lecture Notes in Computer Science. 2020. Vol. 12095. P. 170—183.
11. *Bykadorov I., Kokovin S.* Can a Larger Market Foster R&D under Monopolistic Competition with Variable Markups? // Research in Economics. 2017. Vol. 71. P. 663—674.
12. *Dhingra S.* Trading Away Wide Brands for Cheap Brands // American Economic Review. 2013. Vol. 103. P. 2554—2584.
13. *Melitz M. J., Ottaviano G. I. P.* Market Size, Trade, and Productivity // Review of Economic Studies. 2008. Vol. 75. P. 295—316.
14. *Monopolistic* Competition: Beyond the Constant Elasticity of Substitution / E. Zhelobodko, S. Kokovin, M. Parenti, J.-F. Thisse // Econometrica. 2012. Vol. 80. P. 2765—2784.
15. *Bykadorov I.* Monopolistic Competition with Investments in Productivity // Optimization Letters. 2019. Vol. 13. P. 1803—1817.
16. *Bykadorov I.* Social Optimality in International Trade under Monopolistic Competition // Communications in Computer and Information Science. 2019. Vol. 1090. P. 1803—1817.
17. *The Elusive* Pro-Competitive Effects of Trade / C. Arkolakis, A. Costinot, D. Donaldson, A. Rodreguez-Clare // The Review of Economic Studies. 2019. Vol. 86. P. 46—80.
18. *Arkolakis C., Costinot A., Rodreguez-Clare A.* New Trade Models, Same Old Gains? // American Economic Review. 2012. Vol. 102. P. 94—130.
19. *Why are* Losses from Trade Unlikely? / I. Bykadorov, A. Gorn, S. Kokovin, E. Zhelobodko // Economics Letters. 2015. Vol. 129. P. 35—38.
20. *Bykadorov I.* Equilibrium and Optimality in International Trade Models under Monopolistic Competition: the Unified Approach // CEUR Workshop Proceedings 2020. Vol. 2795. P. 12—22.
21. *Kokovin S., Molchanov P., Bykadorov I.* Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade // Journal of International Economics. 2022. Vol. 137. № 103595.

References

1. Chamberlin E.H. The Theory of Monopolistic Competition: A re-Orientation of the Theory of Value, 1st. ed., Cambridge, MA, Harvard University Press, 1933.
2. Dixit A.K., Stiglitz J.E. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity, *American Economic Review*, 1977, vol. 67, pp. 297—308.
3. Krugman P.R. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade, *Journal of International Economics*, 1979, vol. 9, pp. 469—479.
4. Krugman P.R. Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade, *American Economic Review*, 1980, vol. 70, pp. 950—959.
5. Melitz M.J. The Impact of Trade on Intra-Industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity, *Econometrica*, 2003, vol. 71, pp. 1695—1725.
6. Behrens K., Murata Y. General Equilibrium Models of Monopolistic Competition: a New Approach, *Journal of Economic Theory*, 2007, vol. 136, pp. 776—787.
7. Belyaev I., Bykadorov I. Dixit–Stiglitz–Krugman Model with Nonlinear Costs, *Lecture Notes in Computer Science*, 2020, vol. 12095, pp. 157—169.
8. Brander J., Krugman P.A 'Reciprocal Dumping' Model of International Trade, *Journal of international economics*, 1983, vol. 15, pp. 313—321.
9. Bykadorov I. Dixit–Stiglitz–Krugman Model with Investments in R&D, *Lecture Notes in Computer Science*. 2021, vol. 12755, pp. 397—409.
10. Bykadorov I. Investments in R&D in Monopolistic Competitive Trade Model, *Lecture Notes in Computer Science*, 2020, vol. 12095, pp. 170—183.
11. Bykadorov I., Kokovin S. Can a Larger Market Foster R&D under Monopolistic Competition with Variable Markups?, *Research in Economics*, 2017, vol. 71, pp. 663—674.
12. Dhingra S. Trading Away Wide Brands for Cheap Brands, *American Economic Review*, 2013, vol. 103, pp. 2554—2584.
13. Melitz M.J., Ottaviano G.I.P. Market Size, Trade, and Productivity, *Review of Economic Studies*, 2008, vol. 75, pp. 295—316.
14. Zhelobodko E., Kokovin S., Parenti M., Thisse J.-F. Monopolistic Competition: Beyond the Constant Elasticity of Substitution, *Econometrica*, 2012, vol. 80, pp. 2765—2784.
15. Bykadorov I. Monopolistic Competition with Investments in Productivity, *Optimization Letters*, 2019, vol. 13, pp. 1803—1817.
16. Bykadorov I. Social Optimality in International Trade under Monopolistic Competition, *Communications in Computer and Information Science*, 2019, vol. 1090, pp. 1803—1817.
17. Arkolakis C., Costinot A., Donaldson D., Rodreguez-Clare A. The Elusive Pro-Competitive Effects of Trade, *The Review of Economic Studies*, 2019, vol. 86, pp. 46—80.
18. Arkolakis C., Costinot A., Rodreguez-Clare A. New Trade Models, Same Old Gains?, *American Economic Review*, 2012, vol. 102, pp. 94—130.
19. Bykadorov I., Gorn A., Kokovin S., Zhelobodko E. Why are Losses from Trade Unlikely?, *Economics Letters*, 2015, vol. 129, pp. 35—38.

20. Bykadorov I. Equilibrium and Optimality in International Trade Models under Monopolistic Competition: the Unified Approach, *CEUR Workshop Proceedings 2020*, vol. 2795, pp. 12—22.

21. Kokovin S., Molchanov P., Bykadorov I. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade, *Journal of International Economics*, 2022, vol. 137, no. 103595.

Информация об авторах

Быкадоров Игорь Александрович — кандидат физико-математических наук, доцент, Сибирский институт управления — филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Новосибирск, Российская Федерация. E-mail: bykadorov-ia@ranepa.ru

Исмайылова Юлия Николаевна — кандидат экономических наук, Сибирский институт управления — филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Новосибирск, Российская Федерация. E-mail: ismayylova-yn@ranepa.ru

Пудова Марина Владимировна — кандидат физико-математических наук, доцент, Сибирский институт управления — филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Новосибирск, Российская Федерация. E-mail: pudova-mv@ranepa.ru

Information about the authors

Igor A. Bykadorov — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Siberian Institute of Management — branch of Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Novosibirsk, Russian Federation. E-mail: bykadorov-ia@ranepa.ru

Yuliya N. Ismayilova — Candidate of Economic Sciences, Siberian Institute of Management — branch of Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Novosibirsk, Russian Federation. E-mail: ismayylova-yn@ranepa.ru

Marina V. Pudova — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Siberian Institute of Management — branch of Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Novosibirsk, Russian Federation. E-mail: pudova-mv@ranepa.ru

Статья поступила в редакцию 16.06.2022; одобрена после рецензирования 04.07.2022; принята к публикации 12.07.2022.

The article was submitted 16.06.2022; approved after reviewing 04.07.2022; accepted for publication 12.07.2022.