

## УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ БИФУРКАЦИЙ В ОСНОВНЫХ ФОНДАХ ПРОИЗВОДСТВА

Сергей Борисович Кузнецов<sup>1</sup>, Олег Петрович Гладковский<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ»

<sup>1,2</sup> Сибирский институт управления — филиал РАНХиГС, Новосибирск, Российская Федерация

Автор, ответственный за переписку: Сергей Борисович Кузнецов, kuznetsov-sb@ranepa.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается применение эффективного метода анализа нелинейных систем — теории бифуркаций. Анализируется классическая задача прироста основного капитала под воздействием инвестиций, где их объем зависит от уже существующего капитала и экономического числа, оценивающего уровень развития экономики. Зависимость основного капитала от экономического числа рассматривается в состоянии равновесия. При выходе из равновесия возникают различные виды бифуркаций. Используется формула Тейлора для нахождения решения при близких значениях к точке равновесия экономической системы. В результате получаем новое состояние равновесия, не приводящее к бифуркации основных фондов. Приводятся аналитические формулы для определения точек бифуркации и пограничных состояний. Рассматривается состояние экономик трех стран Евросоюза в период 2007—2015 гг., проводится анализ возникновения бифуркаций основных фондов. Определяются условия возникновения двух возможных решений и появления надкритической бифуркации в экономиках этих стран. Рассматривается система двух обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих прирост основных фондов и трудовых ресурсов в зависимости от экономического числа и взаимовлияния друг на друга. Выводятся аналитические формулы для определения моментов возникновения бифуркаций. У этой системы уравнений возникают бифуркации типа Хопфа. Как правило, бифуркации связаны с появлением или исчезновением стационарных решений, а при бифуркации Хопфа возникают периодические режимы — устойчивый фокус или предельный цикл. При увеличении экономического числа фокус теряет устойчивость и появляется предельный цикл, радиус которого меняется как корень квадратный из экономического числа.

**Ключевые слова:** бифуркация, основной капитал, трудовые ресурсы, экономическое число, экономическое равновесие

**Для цитирования:** Кузнецов С. Б., Гладковский О. П. Условия возникновения бифуркаций в основных фондах производства // Развитие территорий. 2023. № 4. С. 49—54. DOI: 10.32324/2412-8945-2023-4-49-54.

Economic research

Original article

## CONDITIONS FOR THE OCCURRENCE OF BIFURCATIONS IN FIXED ASSETS OF PRODUCTION

Sergey B. Kuznetsov<sup>1</sup>, Oleg P. Gladkovsky<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Novosibirsk State University of Economics and Management,

<sup>1,2</sup> Siberian Institute of Management — branch of RANEPa, Novosibirsk, Russian Federation

Corresponding author: Sergey B. Kuznetsov, kuznetsov-sb@ranepa.ru

**Abstract.** The article considers the application of an effective method for the analysis of nonlinear systems — the theory of bifurcations. The classical problem of fixed capital growth under the influence of investments is analyzed, where the volume of investments depends on the already existing capital and the economic number that assesses the level of economic development. The dependence of fixed capital on the economic number is considered in a state of equilibrium. When out of equilibrium, various types of bifurcations arise. The Taylor formula is used to find a solution for close values to the equilibrium point of the economic system. As a result, we obtain a new state of equilibrium that does not lead to a bifurcation of fixed assets. Analytical formulas are given for determining bifurcation points and boundary states. The state of the economies of three EU countries in the period 2007—2015 is considered, and an analysis is made of the occurrence of bifurcations of fixed assets. The conditions for the emergence of two possible solutions and the appearance of a supercritical bifurcation in the economies of these countries are determined. A system of two ordinary differential equations is considered that describes the growth of fixed assets and labor resources depending on the economic number and mutual influence on each other. Analytical formulas are derived to determine the moments of occurrence of bifurcations. This system of equations has Hopf-type bifurcations. As a rule, bifurcations are associated with the appearance or disappearance of stationary solutions, and with the Hopf bifurcation, periodic regimes arise — a stable focus or a limit cycle. With an increase in the economic number, the focus loses stability and a limit cycle appears, the radius of which varies as the square root of the economic number.

**Keywords:** bifurcation, fixed capital, labor resources, economic number, economic equilibrium

**For citation:** Kuznetsov S.B., Gladkovsky O.P. Conditions for the occurrence of bifurcations in fixed assets of production. *Territory Development*. 2023;(4):49—54. (In Russ.). DOI: 10.32324/2412-8945-2023-4-49-54.

## Введение

Бифуркации в экономике относятся к сценариям, в которых небольшие изменения параметров или начальных условий экономической модели приводят к большим изменениям в ее динамике или равновесных результатах. Бифуркации широко распространены в экономических моделях и имеют важные последствия для экономической политики и принятия решений.

Существует несколько типов бифуркаций, которые могут возникать в экономических моделях:

1. Надкритические бифуркации («вилы»). В надкритической бифуркации устойчивое равновесие расщепляется на два устойчивых равновесия и одно неустойчивое равновесие при изменении параметра.

2. Бифуркации Хопфа. В бифуркации Хопфа устойчивое равновесие становится неустойчивым, и при изменении параметра возникает предельный цикл.

3. Складчатые бифуркации. При складчатой бифуркации устойчивое равновесие становится неустойчивым, и при изменении параметра возникают два устойчивых равновесия.

4. Бифуркации катастроф. Бифуркации катастроф характеризуются внезапными и прерывистыми изменениями в динамике системы по мере изменения параметра. Бифуркации катастроф могут принимать самые разные формы в зависимости от природы системы.

Бифуркации наблюдались в широком диапазоне экономических моделей, включая макроэкономические модели, финансовые модели, теоретико-игровые модели и модели социальной динамики. Бифуркации могут иметь важные последствия для экономической политики и принятия решений, поскольку они могут привести к внезапным и неожиданным изменениям в экономических результатах. Раздвоение «вил» в макроэкономической модели приводит к двум различным результатам равновесия с разными уровнями инфляции и безработицы. Бифуркация Хопфа в финансовой модели может привести к возникновению финансовых пузырей и краху. Складчатая бифуркация в теоретико-игровой модели может привести к множеству равновесий с разными уровнями сотрудничества и конфликта.

В экономике бифуркации могут приводить к изменениям в тенденциях, прогнозах и стратегиях организаций. Некоторые работы посвящены изучению бифуркаций в экономических моделях, другие — в реальных экономических процессах. В работе А. Сандерса [1] предлагается обзор бифуркационной теории и ее применение к экономическим моделям. Работа Н. Калашниковой, А. Камиловой, И. Хохловой [2] посвящена изучению различных типов бифуркаций и их влиянию на экономические модели. В статье С. П. Данна (S.P. Dunn), Дж. Халтивангера (J. Haltiwanger) [3] исследуется влияние бифуркаций на секторную продуктивность и маргинальные потребности. В работе А. Орлова [4] дается обзор бифуркационной теории и ее применения в экономических

моделях и реальных экономических системах. Исследование В. Брока (W. A. Brock), Ч. Хоммеса (C. H. Hommes) [5] посвящено поведению динамических систем, управляемых агентами, и предлагается новый способ моделирования экономических процессов с помощью бифуркаций. А. Корбут в своей работе [6] предлагает методы анализа бифуркаций в экономических системах и их применения в практических примерах. В работе французских экономистов О. Дж. Блангарда (O. J. Blanchard), Н. Кийотаки (N. Kiyotaki) [7] описывается модель, в которой бифуркации приводят к изменению равновесия рынка при изменении агрегатного спроса. В статье А. К. Роуза (A. K. Rose) [8] на основе бифуркационного анализа исследуется роль курсов валют в модели международной торговли. Работа Т. Палокангаса (T. Palokangas) [9] посвящена роли бифуркаций в эндогенном экономическом росте, и в ней исследуется влияние монополии на рост экономики. Турецкие экономисты С. Имрогоруглу, А. Имрогоруглу и А. Шахиноз (S. Imrohoroglu, A. Imrohoroglu, A. Şahinöz) в работе [10] рассматривают бифуркации, связанные с рынком жилья и ипотекой, и их влияние на экономику в целом. Эти работы только некоторые из множества исследований, посвященных бифуркациям в экономике.

## Возникновение бифуркаций при развитии основных факторов производства

Универсальным аппаратом в исследовании основных факторов производства являются уравнения в частных производных. Основные факторы производства зависят от большого числа параметров экономики, т. е. обладают значительным числом степеней свободы. Эти степени свободы неравноценны. В нелинейных диссипативных системах, которой является экономика, удастся определить ограниченное число переменных, которые определяют поведение всех остальных. Эти переменные называются параметрами порядка.

Анализируя развитие основных факторов производства, мы можем наблюдать эволюцию их развития. Однако часто возникают трудности при попытке раскрыть закономерности, которые позволили бы полностью понять работу системы. Знание этих моделей может быть весьма ценным для принятия быстрых и точных решений в различных ситуациях, позволяет нам глубже понять поведение системы без необходимости проводить многочисленные вычисления. Эффективным методом анализа нелинейных систем является теория бифуркаций.

Проанализируем задачу прироста основного капитала  $K$  под воздействием инвестиций  $I$ . Объем инвестиций зависит от объема уже существующего капитала и от самой экономики. Параметром, который характеризует экономику, возьмем экономическое число  $E$  [11]. Прирост основного капитала описывается уравнением

$$\frac{dk}{dt} = I(K, E). \quad (1)$$

При бесконечном росте времени основной капитал стремится к некоторому конечному значению, который определяется возможностями экономики. Пусть имеется конечное число значений  $K_1, K_2 \dots K_n$ . В этих точках основной капитал постоянен и, следовательно

$$I(K, E). \quad (2)$$

$$I(K + \Delta K, E_0 + \Delta E) = I(K, E_0) + \frac{\partial I(K, E_0)}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial I(K, E_0)}{\partial E} \Delta E + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K^2} (\Delta K)^2 + \frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K \partial E} \Delta K \Delta E + \frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial E^2} (\Delta E)^2 \right) + G, \quad (3)$$

где  $G$  — остаток ряда, содержащий члены, которые пропорциональны  $(\Delta K)^3$ ,  $(\Delta K)^2 \Delta E$ ,  $(\Delta E)^2 \Delta K$ ,  $(\Delta E)^3$  и т. д., т. е. величины четвертого и более высоких порядков малости.

В силу высокого порядка малости этими величинами можно пренебречь. Нас интересует состояние равновесия, поэтому

$$I(K + \Delta K, E_0 + \Delta E) = I(K, E_0).$$

При  $\Delta K \rightarrow 0$ ,  $\Delta E \rightarrow 0$  прирост основного капитала можно сосчитать по формуле

$$\Delta K = - \frac{\frac{\partial I(K, E_0)}{\partial E}}{\frac{\partial I(K, E_0)}{\partial K}} \Delta E. \quad (4)$$

Если  $\frac{\partial I(K, E_0)}{\partial K} \neq 0$ , то приблизительно определим новое состояние равновесия на основании данной формулы. Согласно формуле (4), такое состояние будет единственным, т. е. в точке  $E_0$  у основных фондов не будет бифуркации. Однако, если  $\frac{\partial I(K, E_0)}{\partial K} = 0$ , то возникает необходимость учета следующих слагаемых.

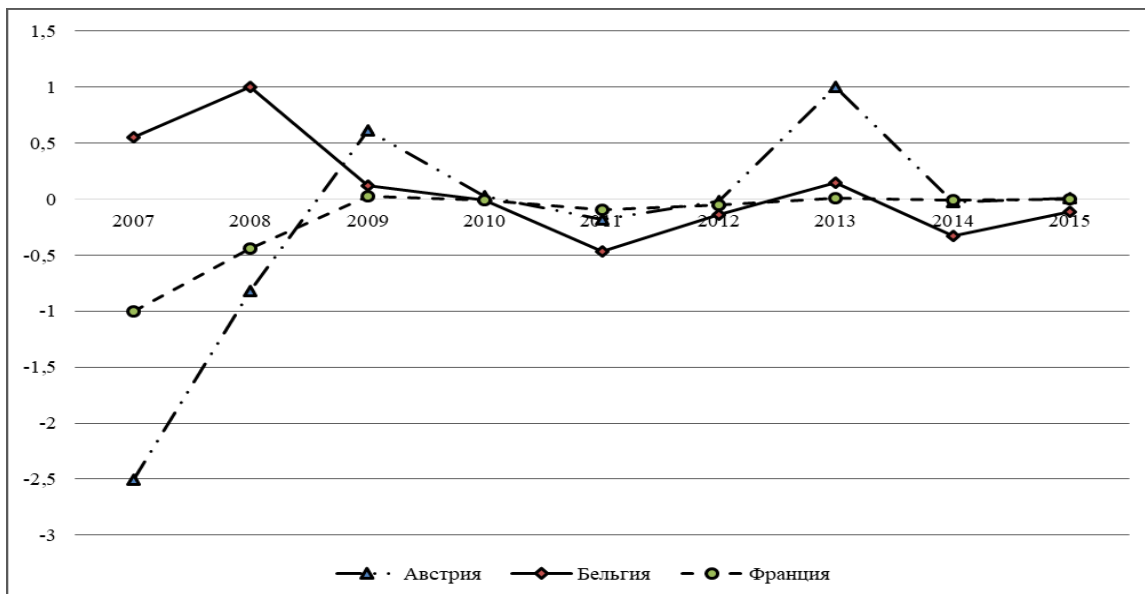
Начальные данные  $K(0)$  будут определять решение, которое будет стремиться к одному из  $K_m$ . Решим уравнение (2) и определим, как изменяется основной капитал в состоянии равновесия в зависимости от экономического числа. Предположим, что удалось найти одно решение уравнения (2). Чтобы определить решение для близкого значения  $E = E_0 + \Delta E$ ,  $\Delta E \ll 1$ , воспользуемся формулой Тейлора:

В случае  $\frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K^2} \neq 0$  вместо (4) используем следующую формулу:

$$\Delta K = \pm \sqrt{-2 \frac{\frac{\partial I(K, E_0)}{\partial E}}{\frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K^2}} \Delta E} = \pm \sqrt{c \Delta E}.$$

В случае положительного значения  $c$ , при  $E > E_0$  появляются два решения и возникает надкритическая бифуркация, а при  $E < E_0$  решений нет совсем.

Рассмотрим три страны Евросоюза в период 2007—2015 гг. (статистические данные по странам были взяты с сайта [12]). Анализ проводился на базе вычислений, предложенных в работе [11]. Данные нормировались, так как нас интересуют не конкретные значения прироста капитала, а моменты бифуркации (рисунк).



Характер поведения прироста капитала по разложению Тейлора  
Behavior of capital growth by Taylor decomposition

В Австрии бифуркация могла наблюдаться в 2009—2010 и 2013 гг. Положительные значения для Бельгии, а значит и возможность бифуркации, возникли в 2007—2009 и 2013 гг. Основные фонды Франции могли подвергнуться бифуркации в 2009 и 2013 гг. Следует отметить, что возможность бифуркаций основных фондов возникали в кризисные моменты экономики.

Если  $\frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K^2} = 0$ , нужно учитывать следующие члены:

$$\frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K \partial E} \Delta K \Delta E, \\ \frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial E^2} (\Delta E)^2 \text{ и т. д.}$$

В случае  $\frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K \partial E} \Delta K \Delta E \neq 0$  имеем

$$\Delta K = - \frac{\frac{\partial I(K, E_0)}{\partial E}}{\frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K \partial E}}.$$

Получили единственное решение, не зависящее от изменения экономического числа.

Если  $\frac{\partial^2 I(K, E_0)}{\partial K \partial E} \Delta K \Delta E = 0$ , то в этом случае мы должны учитывать уже члены третьего порядка малости.

Внимательно изучая уравнение (1), мы замечаем, что появление или исчезновение стационарных решений приводит к возникновению или исчезновению бифуркаций. Если мы рассмотрим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которые описывают рост основного капитала и трудовых ресурсов с учетом инвестиций в производственную и непроизводственную сферу, то мы можем установить взаимосвязь между этими параметрами. Такое исследование поможет нам понять, когда и как происходят бифуркации, предсказывая изменения в стационарных решениях в зависимости от инвестиций в производство и непроизводственную сферу. Понимание этих связей может быть важным для принятия стратегических решений, связанных с развитием экономической системы и оптимизацией использования ресурсов.

Если

$$\begin{cases} \frac{dK}{dt} = I_1(K, L, E) \\ \frac{dL}{dt} = I_2(K, L, E), \end{cases}$$

то возникает бифуркация Хопфа [13]. В результате бифуркации возникают периодические режимы — устойчивый фокус или предельный цикл. В работе [14] показано, что при  $\Delta E > 0$  фокус теряет устойчивость и появляется предельный цикл, радиус которого меняется как  $\Delta E^{1/2}$ .

## Заключение

Теория бифуркаций эффективно анализирует нелинейные системы и предсказывает их поведение в зависимости от изменения параметров [15]. Рассмотренная классическая задача прироста основного капитала и людских ресурсов является примером такой системы, и на ее примере были показаны возможные сценарии поведения экономики в зависимости от значений экономического числа. Бифуркации, связанные с появлением или исчезновением стационарных решений, и возникающие периодические режимы имеют важное значение для понимания экономических процессов и принятия решений в сфере инвестиций.

Бифуркационный анализ выявляет критические точки перехода экономической системы от одного состояния к другому. Он помогает определить различные конфигурации и возможные траектории развития системы, отражая качественные изменения в экономике. Математический аппарат теории бифуркаций обнаруживает возможные точки неустойчивости и перемены в экономической системе. Анализ неустойчивости позволяет прогнозировать и оценивать риски, связанные с возможными изменениями в системе, и предоставляет инструменты для разработки стратегий управления и предотвращения возможных кризисов.

Теория бифуркаций помогает исследователям и экономистам понять, какие факторы вызывают изменение в экономической системе и какие эффекты они имеют. Аппарат теории бифуркаций анализирует взаимодействие различных переменных и факторов, что помогает выявить корреляции и причинно-следственные связи. Анализ бифуркаций может быть использован для определения оптимальных решений и стратегий по повышению стабильности и эффективности экономической системы. Изучение возможных изменений и их воздействия позволяют принимать более осознанные экономические решения. Математический аппарат бифуркационного анализа играет важную роль в понимании и прогнозировании динамики экономических систем, что позволяет принимать более обоснованные решения и эффективно управлять экономикой.

## Список источников

1. Sanders A. Bifurcations and chaos in economic models // *Journal of economic literature*. 1993. No. 31(3). P. 1293—1320. URL: <https://www.jstor.org/stable/2728466>
2. Калашникова Н., Камилова А., Хохлова И. Бифуркационные процессы в экономических моделях // *Бизнес-информатика*. 2019. № 3 (51). С. 54—63. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/bifurkatsionnye-protsessy-v-ekonomicheskikh-modelyakh>
3. Dunn S. P., Haltiwanger J. Sectoral productivity, bifurcation, and mark-up shocks // *Review of Economic Dynamics*. 2001. No. 4(1). P. 44—75. URL: <https://doi.org/10.1006/redy.2000.0111>
4. Орлов А. Бифуркационный анализ динамики экономических систем // *Вестник Московского университета. Серия 6: Экономика*. 2008. № 3. С. 31—44. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=10459876>
5. Brock W. A., Hommes C. H. A rational route to randomness // *Econometrica*. 1997. Vol. 65, No. 5. P. 1059—1095. URL: <https://www.jstor.org/stable/2171879>
6. Корбут А. Бифуркационный анализ динамики экономических систем // *Документы и комментарии*. 2007. № 3. С. 141—153. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9902799>
7. Blanchard O. J., Kiyotaki N. Monopolistic competition and the effects of aggregate demand // *The American Economic Review*. 1987. No. 77 (4). P. 647—666. URL: <https://www.jstor.org/stable/1803911>
8. Rose A. K. The role of exchange rates in a popular model of international trade: Does the “Marshall-Lerner” condition hold? // *The Economic Journal*. 1991. No. 101 (409). P. 187—193. URL: <https://www.jstor.org/stable/2233752>
9. Palokangas T. Endogenous growth with bifurcations // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2000. No. 24 (1). P. 127—136. URL: [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(99\)00021-0](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(99)00021-0)
10. İmrohoroğlu S., İmrohoroğlu A., Şahinöz A. A quantitative analysis of the US housing and mortgage markets and the foreclosure crisis // *Journal of Monetary Economics*. 2012. No. 59 (5). P. 612—634. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2012.06.011>
11. Eurostat. URL: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu> (дата обращения: 21.01.2022).
12. Кузнецов С. Б. Экономическое число // *Экономика и управление*. 2010. № 11 (61). С. 32—37.
13. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М. : Наука, 1981. 568 с.
14. Структура и хаос в нелинейных средах / Т. С. Ахромеева, С. П. Курдюмов, Г. Г. Малинецкий, А. А. Самарский. М. : Физматлит, 2007. С. 63.
15. Марсден Дж, Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М. : Мир, 1980. 368 с.

## References

1. Sanders A. Bifurcations and chaos in economic models, *Journal of economic literature*, 1993, no. 31(3), pp. 1293–1320. Available at: <https://www.jstor.org/stable/2728466>
2. Kalashnikova N., Kamilova A., Hohlova I. Bifurkatsionnye processy v jekonomicheskikh modeljah [Bifurcation processes in economic models], *Biznes-informatika [Business Informatics]*, 2019, no. 3(51), pp. 54–63. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/bifurkatsionnye-protsessy-v-ekonomicheskikh-modelyakh>
3. Dunn S.P., Haltiwanger J. Sectoral productivity, bifurcation, and mark-up shocks, *Review of Economic Dynamics*, 2001, no. 4(1), pp. 44–75. Available at: <https://doi.org/10.1006/redy.2000.0111>
4. Orlov A. Bifurkatsionnyj analiz dinamiki jekonomicheskikh sistem [Bifurcation analysis of the dynamics of economic systems], *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 6: Jekonomika [Vestnik of Moscow University. Series 6: Economics]*, 2008, no. 3, pp. 31–44. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=10459876>
5. Brock W.A., Hommes C.H. A rational route to randomness, *Econometrica*, 1997, pp. 657–681. Available at: <https://www.jstor.org/stable/2329186>
6. Korbut A. Bifurkatsionnyj analiz dinamiki jekonomicheskikh sistem [[Bifurcation analysis of the dynamics of economic systems], *Dokumenty i kommentarii [Documents and comments]*, 2007, no. 3, pp. 141–153. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9902799>
7. Blanchard O.J., Kiyotaki N. Monopolistic competition and the effects of aggregate demand, *The American Economic Review*, 1987, no. 77(4), pp. 647–666. Available at: <https://www.jstor.org/stable/1803911>
8. Rose A.K. The role of exchange rates in a popular model of international trade: Does the “Marshall-Lerner” condition hold? *The Economic Journal*, 1991, no. 101(409), pp. 187–193. Available at: <https://www.jstor.org/stable/2233752>
9. Palokangas T. Endogenous growth with bifurcations. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2000, no. 24(1), pp. 127–136. [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(99\)00021-0](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(99)00021-0)
10. İmrohoroğlu S., İmrohoroğlu A., & Şahinöz A. A quantitative analysis of the US housing and mortgage markets and the foreclosure crisis, *Journal of Monetary Economics*, 2012, no. 59(5), pp. 612–634. <https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2012.06.011>
11. Eurostat. Available at: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu> (accessed: 21.01.2022).
12. Kuznetsov S.B. Jekonomicheskoe chislo [Economic number], *Jekonomika i upravlenie [Economics and management]*, 2010, no. 11(61), pp. 32–37.
13. Andronov A.A., Vitt A.A., Hajkin S.Je. Teorija kolebanij [Vibration theory]. Moscow, Nauka, 1981, 568 p.
14. Ahromeeva T.S., Kurdjumov S.P., Malineckij G.G., Samarskij A.A. Struktura i haos v nelinejnyh sredah [Structure and chaos in nonlinear media]. Moscow, Fizmatlit, 2007, p. 63.
15. Marsden Dzh, Mak-Kraken M. Bifurkacija rozhdenija cikla i ee prilozhenija [Bifurcation of cycle birth and its applications]. Moscow, Mir, 1980, 368 p.

## Информация об авторах

**Кузнецов Сергей Борисович** — кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математики и естественных наук, Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ», доцент кафедры информатики и математики, Сибирский институт управления — филиал РАНХиГС, Новосибирск, Российская Федерация. E-mail: [kuznetsov-sb@ranepa.ru](mailto:kuznetsov-sb@ranepa.ru)

**Гладковский Олег Петрович** — преподаватель кафедры информатики и математики, Сибирский институт управления — филиал РАНХиГС, Новосибирск, Российская Федерация. E-mail: gladkovskiy-op@ranepa.ru

**Information about the authors**

**Sergey B. Kuznetsov** — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor, Department of Mathematics and Natural Sciences, Novosibirsk State University of Economics and Management, Associate Professor, Department of Informatics and Mathematics, Siberian Institute of Management — branch of RANEPa, Novosibirsk, Russian Federation. E-mail: kuznetsov-sb@ranepa.ru

**Oleg P. Gladkovsky** — Lecturer, Department of Informatics and Mathematics, Siberian Institute of Management — branch of RANEPa, Novosibirsk, Russian Federation. E-mail: gladkovskiy-op@ranepa.ru

Статья поступила в редакцию 23.07.2023; одобрена после рецензирования 13.10.2023; принята к публикации 15.11.2023.

The article was submitted 23.07.2023; approved after reviewing 13.10.2023; accepted for publication 15.11.2023.